

江苏联合职业技术学院

第一届高职学生数学能力竞赛（2019/2020）

高职二年级试卷答案

一、基础知识题

1. 点在圆外;

2. $5^{12} > 10^8 > 2^{24}$;

3. 3;

4. D;

5. -1, $\frac{13}{5}$;

6. 39, 21, 12;

7. 0 或 2 或 3 或 4;

8. B;

9. 16. 32;

10. (1) 存在 $x \in \mathbb{R}$, $|x-2| + |x-4| \leq 3$ ”,

(2) 对任何 $x \in \mathbb{R}$, 都有 $x^2 + 2x + 5 \neq 0$.

11. 解: $y = (x-1)^2 + 1$, 对称轴 $x = 1$ ……1分

(1) 当 $t > 1$ 时, 函数在 $[t, t+1]$ 上为单调增函数……1分

故当 $x = t$ 时, 函数取得最小值为 $t^2 - 2t + 2$ ……1分

当 $x = t+1$ 时, 函数取得最大值为 $(t+1)^2 - 2(t+1) + 2$ ……1分

(2) $t \leq 1 \leq t + \frac{1}{2}$ 时,

则当 $x = 1$ 时, 函数取得最小值1……1分

当 $x = t+1$ 时, 取得最大值 $(t+1)^2 - 2(t+1) + 2$ ……1分

(3) $t + \frac{1}{2} \leq 1 \leq t+1$ 时,

则当 $x = 1$ 时, 函数取得最小值1……1分

当 $x = t$ 时, 取得最大值 $t^2 - 2t + 2$ ……1分

(4) $t+1 < 1$ 时,

函数在 $[t, t+1]$ 上为单调减函数……1分

则当 $x = 1$ 时, 函数取得最大值 $t^2 - 2t + 2$ ……1分

当 $x = t+1$ 时, 取得最小值 $(t+1)^2 - 2(t+1) + 2$ ……1分

12.解：当 $n=1$ 时，原式 $=64\cdots\cdots 1$ 分

$$3^{2n+2}-8n-9=9^{n+1}-8n-9=(8+1)^{n+1}-8n-9\cdots\cdots 1$$

$$=C_{n+1}^0 8^{n+1}+C_{n+1}^1 8^n+C_{n+1}^2 8^{n-1}+\cdots+C_{n+1}^n 8+C_{n+1}^{n+1}-8n-9\cdots 2$$

$$=8^{n+1}+(n+1)8^n+\cdots=\frac{n(n+1)}{2}8^2+(n+1)8+1-8n-9\cdots 2$$

$$=8^{n+1}+(n+1)8^n+\cdots+\frac{n(n+1)}{2}8^2\cdots\cdots 2$$

显然，当 $n>1$ 时，能被64整除 $\cdots\cdots 2$ 分

13.解：根据题意得出：先背50根到25米处，这时吃了25根，还剩25根，放下；回过头去，再背剩下的50根，走到25米处时，又吃了25根，还有25根；再拿起地上的25根，一个50根，继续往家走25米，还有25根。

注：本题是逻辑推理题，根据学生的推理情况给分。

14.解：设直径 $ACE=5$, $AC=2$, $CE=3\cdots\cdots 1$ 分

$$\therefore S_{AC}=\frac{\pi 1^2}{2}=\frac{1}{2}\pi, S_{CE}=\frac{\pi (\frac{3}{2})^2}{2}=\frac{9}{8}\pi\cdots\cdots 3$$

$$\therefore S_{白}=S_{半圆}-S_{CE}=\frac{\pi (\frac{5}{2})^2}{2}-\frac{9}{8}\pi=2\pi\cdots\cdots 2$$

$$S_{黑}=S_{半圆}-S_{AC}=\frac{\pi (\frac{5}{2})^2}{2}-\frac{1}{2}\pi=\frac{21}{8}\pi\cdots\cdots 2$$

$$\text{从而, } \frac{S_{黑}}{S_{白}}=21:16\cdots\cdots 2$$

15.解：至少要刻4条线 $\cdots\cdots 2$ 分

刻在1, 4, 5, 11厘米处，便可一次量出1到13厘米的所有整厘米的长度 $\cdots\cdots 4$ 分

这是因为由1, 4, 5, 11, 13这五个数以及它们之间的任意两个的差能够得到1到13这13个整数 $\cdots\cdots 4$ 分。

16.解 (1)由表中数据知周期 $T=12\cdots\cdots 1$ 分。

$$\therefore \omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{12}=\frac{\pi}{6},$$

由 $t=0$, $y=1.5$, 得 $A+b=1.5$.

由 $t=3$, $y=1.0$, 得 $b=1.0$.

$$\therefore A=0.5, b=1, \cdots\cdots 2$$

$$\therefore y=\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{6}t+1 \cdots\cdots 1$$

(2) 由题知, 当 $y > 1$ 时才可对冲浪者开放, $\therefore \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{6} t + 1 > 1$ 1 分

$\therefore \cos \frac{\pi}{6} t > 0$, $\therefore 2k\pi - \frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{6} t < 2k\pi + \frac{\pi}{2}$, 即 $12k - 3 < t < 12k + 3$. ①1 分

$\because 0 \leq t \leq 24$, 故可令①中 k 分别为 0, 1, 2,

得 $0 \leq t < 3$ 或 $9 < t < 15$ 或 $21 < t \leq 24$.

.....2 分

\therefore 在规定时间内上午 8:00 至晚上 20:00 之间, 有 6 个小时时间可供冲浪者运动, 即上午 9:00 至下午 3:00.2 分

17. 解: (1) 体现函数周期性, $h(t) = h(t + 12)$ 2 分

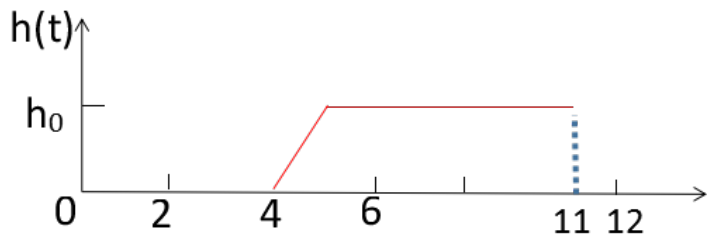
(2) 设草的长度为 $h(t)$ ($0 < t < 12$), 4 月草开始生长, 到 6 月时生长停止, 11 月折断, 次年 4 月又重新生长, 草停止生长的高度为 h_0 .

则草的长度 $h(t)$ 与时间 t 的函数关系式为:

$$h(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 4 \\ \frac{h_0}{2}(t - 4), & 4 \leq t < 6 \\ h_0, & 6 \leq t < 11 \\ 0, & 11 \leq t < 12 \end{cases}$$

.....4 分

作图:



.....4 分

四、解:

(1) 由图可知, 每一个图形中小三角形的个数等于前一个图形小三角形个数的 3 倍加 1,4 分

$n = 1$ 时, $a_1 = 1$;

$n = 2$ 时, $a_2 = 3 + 1 = 4$; $n = 3$ 时, $a_3 = 3 \times 4 + 1 = 13$;

$n = 4$ 时, $a_4 = 3 \times 13 + 1 = 40$; $n = 5$ 时, $a_5 = 3 \times 40 + 1 = 121$;

$n = 6$ 时, $a_6 = 3 \times 121 + 1 = 364$.

.....6 分

(2) 略

根据回答一个给 2 分

.....10 分

(3) 略

根据回答给分

.....10 分