

姓名

学号

班级

2022~2023 学年第二学期

## 21 级《数学》期中质量抽测试卷

(考试时间 90 分钟 可以使用计算器)

## 一、选择题 48% (12\*4 分)

1. 有两款不同型号的手机, 甲款卖  $a$  元, 乙款卖  $b$  元,  $a > b$ , 现同时涨价  $c$  元, ( $c > 0$ ), 则涨价后甲乙两款手机的售价满足不等式 ( )
- A.  $a > b + c$     B.  $a - c > b - c$     C.  $a > b - c$     D.  $a + c > b + c$
2. 不等式  $|2x - 1| \leq 5$  的解集为 ( )
- A.  $\{x | x \geq 3 \text{ 或 } x \leq -2\}$     B.  $\{x | -2 \leq x \leq 3\}$
- C.  $\{x | x \geq 2 \text{ 或 } x \leq -3\}$     D.  $\{x | -3 \leq x \leq 2\}$
3. 下列函数为偶函数的是 ( )
- A.  $f(x) = x^3$     B.  $f(x) = x^2 + 2x$
- C.  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$     D.  $f(x) = -3x$
4. 已知函数  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上是增函数, 且  $f(2a - 1) < f(1)$ , 则  $a$  的取值范围是 ( )
- A.  $(1, +\infty)$     B.  $(-\infty, 1)$     C.  $(-\frac{1}{2}, +\infty)$     D.  $(-\infty, -\frac{1}{2})$
5. 函数  $f(x) = \log_2(x + 3)$  的定义域为 ( )
- A.  $(0, +\infty)$     B.  $(-\infty, 0)$     C.  $[-3, +\infty)$     D.  $(-3, +\infty)$
6.  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的偶函数,  $f(3) = 2$ , 则  $f(-3) =$  ( )
- A. 3    B. 2    C. -1    D. -3
7.  $y = -x^2 + 2x + 4$  的单调减区间为 ( )
- A.  $[1, +\infty)$     B.  $(0, +\infty)$     C.  $(-\infty, 1]$     D.  $(-\infty, +\infty)$

8. 点  $(1, -2)$  到直线  $3x - 4y + 9 = 0$  的距离为 ( )

- A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5

9. 汽车的轮胎上嵌了一个小石子, 这颗小石子跟随轮胎顺时针旋转了一周, 则小石子转过的弧度数是 ( )

- A.  $360^0$               B.  $2\pi$               C.  $-360^0$               D.  $-2\pi$

10. 当  $\cos \alpha = a - 2$  时,  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $[-1, 1]$                                       B.  $(1, 3)$   
C.  $[1, 3]$                                       D. 一切实数

11. 角  $\alpha$  的终边过点  $P(-3, -4)$ , 则  $\cos \alpha$  等于 ( )

- A.  $\frac{3}{5}$                       B.  $-\frac{3}{5}$                       C.  $\frac{4}{5}$                       D.  $-\frac{4}{5}$

12. 已知正弦函数  $y = \sin x$ ,  $x \in [0, 2\pi]$ , 当  $y \geq 0$  时,  $x$  的取值范围为 ( )

- A.  $[0, \pi]$                       B.  $[0, 2\pi]$                       C.  $[0, \frac{\pi}{2}]$                       D.  $[0, \frac{3\pi}{2}]$

## 二、填空题 24% (6\*4 分)

13. 已知函数  $f(x)$  由下表给出, 则  $f[f(4)]$  的值为\_\_\_\_\_.

$x$	1	2	3	4	5
$f(x)$	6	5	4	1	0

14. 某细胞分裂时, 由 1 个分裂成 2 个, 2 个分裂成 4 个, 4 个分裂成 8 个,  $\dots$ , 有 2 个这样的细胞, 分裂  $x$  次后得到的细胞个数  $y =$ \_\_\_\_\_.

15. 已知对数函数  $f(x) = \log_3 x$ , 则  $f(1) =$ \_\_\_\_\_.

16. 不等式  $x^2 - 2x - 3 < 0$  的解集为\_\_\_\_\_.

17. 函数  $y = 1 - \sin x$  的最大值为\_\_\_\_\_.

18. 圆  $C: x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ , 则圆心  $C$  的坐标是\_\_\_\_\_, 半径是\_\_\_\_\_.

姓名

学号

班级

线

号

密

### 三、解答题 28%(4\*7 分)

19. (本题满分 7 分) 已知角  $\alpha$  是第三象限角, 且  $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ , 求  $\sin \alpha$ ,  $\tan \alpha$  和  $\tan(\pi + \alpha)$ .

20. (本题满分 7 分) 已知指数函数  $f(x) = a^x (a > 0, a \neq 1)$  的图象过点  $(\frac{1}{2}, 2)$ .

(1) 求该函数的解析式.

(2) 计算  $f(\frac{1}{3}) \cdot f(\frac{5}{3})$  的值.

(3) 试比较  $f(2.3)$  与  $f(3.1)$  的大小.

21. (本题满分 7 分) 已知线段 AB, 其中  $A(-1, -2)$ ,  $B(3, 4)$ .

(1) 求线段 AB 的中点 M 的坐标.

(2) 求线段 AB 垂直平分线  $l$  的方程.

(3) 求以 A 为圆心, 且与 x 轴相切的圆的标准方程.

22. (本题满分 7 分) 为加强爱国主义教育, 某单位计划组织员工到上海参观中共一大会议址, 人数估计在 10 到 25 人, 甲, 乙两个旅行社报价均为每人 200 元, 且服务质量相同, 甲旅行社表示可给予每位参观人员 75 折优惠, 乙旅行社表示先免去一位参观人员的费用, 其他参观人员按 8 折优惠.

(1) 写出甲旅行社所需收费  $y_1$  (元) 与参观人数  $x$  (人) 之间的关系式.

(2) 写出乙旅行社所需收费  $y_2$  (元) 与参观人数  $x$  (人) 之间的关系式.

(3) 该单位选择哪一家旅行社支付的费用较少?

2022~2023 学年第二学期

## 21 级《数学》期中质量抽测试卷

### 参考答案

#### 一、选择题 48% (12\*4 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	B	C	B	D	B	A	C	D	C	B	A

#### 二、填空题 24% (6\*4 分)

13. 6      14.  $y = 2^{x+1}$       15. 0      16.  $(-1, 3)$       17. 2      18.  $(-1, 2), 2$

#### 三、解答题 28%(4\*7 分)

19. (本题满分 7 分)解: 根据平方关系  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$$\text{得 } \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

因为  $\alpha$  是第三象限角, 所以  $\sin \alpha < 0 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$\text{从而解得 } \sin \alpha = -\frac{12}{13} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{再根据商数关系 } \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

$$\text{得 } \tan \alpha = \left(-\frac{12}{13}\right) \div \left(-\frac{5}{13}\right) = \frac{12}{5} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha = \frac{12}{5} \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

20. (本题满分 7 分)解:

(1) 因为  $f(x)$  的图象过点  $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

$$\text{所以 } a^{\frac{1}{2}} = 2, a=4$$

$$\text{该函数为 } f(x) = 4^x \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$(2) f\left(\frac{1}{3}\right) \cdot f\left(\frac{5}{3}\right) = 4^{\frac{1}{3}} \cdot 4^{\frac{5}{3}} = 4^2 = 16 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(3) 因为  $a=4>1$

所以  $f(x)=4^x$  是  $R$  上的增函数

所以  $f(2.3) < f(3.1)$  .....7 分

注：用计算器求值与比较大小，一样得分.

21. (本题满分 7 分) 解：(1) AB 中点为  $(1, 1)$  -----2 分

(2) 线段 AB 的斜率：  $k_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 4}{-1 - 3} = \frac{3}{2}$  .....3 分

所以，线段 AB 的垂直平分线的斜率：  $k_2 = -\frac{1}{k_1} = -\frac{2}{3}$  .....4 分

线段 AB 的垂直平分线方程为：  $y - 1 = -\frac{2}{3}(x - 1)$

即  $2x + 3y - 5 = 0$  .....5 分

(3) 因为圆与  $x$  轴相切，所以圆的半径  $r = 2$  -----6 分

所以，圆的方程为  $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$  -----7 分

22. (本题满分 7 分) 解：

(1)  $y_1 = 200 \times 0.75x = 150x$  .....2 分

(2)  $y_2 = 200 \times 0.8(x - 1) = 160x - 160$  .....4 分

注：不写  $x$  的取值范围不扣分.

(3) 当  $y_1 = y_2$  时，即  $150x = 160x - 160$

得  $x = 16$  .....5 分

当  $y_1 > y_2$  时，即  $150x > 160x - 160$

得  $x < 16$  .....6 分

当  $y_1 < y_2$  时，即  $150x < 160x - 160$

得  $x > 16$  .....7 分

答：当参观人数为 16 人时，任选一家旅行社，当参观人数在 10 到 15 人时，选乙旅行社，当参观人数为 17 到 25 人时，选甲旅行社.