

积为正六棱柱的体积减去圆柱的体积,所以该六角螺帽毛坯的体积是  $V = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 \times 6 \times 2 - \pi \times 0.5^2 \times 2 = 12\sqrt{3} - \frac{1}{2}\pi$ , 故填:  $12\sqrt{3} - \frac{1}{2}\pi$ .

点评:以生活实际中经常可见的物品、实例等,通过数学抽象的升华、数学模型的建立等转化为对应的数学问题,破解时回归问题本质,借助生活实际,合理利用相关的数学知识来分析处理即可达到目的.而这里涉及正六棱柱、圆柱的体积求解公式与应用等.

除了实际应用的创新,知识、方法等方面的创新也是试卷的一个亮点.如第20题,设计了一个新定义数列的创新题,充分体现对方程、代数思想的考查,特别是第(3)问,换元消元后,考查三次方程何时有一个正实数解,回归函数与方程,创新中有提升,创新中有内涵.

#### 四、动态平衡,适当调整

试卷保持整体难度与上一年基本相当,而具体的题目的难度加以适当调整,保持整份试卷的动态平衡.比如第13题(平面向量)和第14题(平面解析几何)作为填空题的压轴题,难度较往年有所降低;而第19题和第20题作为解答题的压轴题,难度较往年有所上升,尤其是第20题第(3)问即使在教师群体中也少有教师能够完整做出来.

例4 (2020年高考数学江苏卷第14题)在平面直角坐标系  $xOy$  中,已知  $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$ ,  $A, B$  是圆  $C: x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 36$  上的两个动点,满足  $PA = PB$ ,则  $\triangle PAB$  面积的最大值是\_\_\_\_\_.

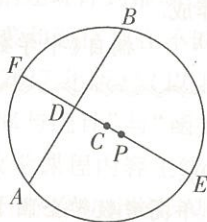


图2

解析:如图2所示,作  $PC$  所在的直径  $EF$ ,交  $AB$  于点  $D$ ,结合对称性可得  $PA = PB$ ,此时  $CA = CB = r = 6$ ,且  $PC \perp AB$ ,要使得  $\triangle PAB$  面积最大,数形结合

可知  $P, D$  位于圆心  $C$  的两侧,设  $CD = t \in (0, 6)$ ,结合条件可得  $PC = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 0\right)^2 + \left(0 - \frac{1}{2}\right)^2} = 1$ ,则有

$PD = 1 + t$ ,而  $AB = 2AD = 2\sqrt{36 - t^2}$ ,所以  $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2} \cdot$

$AB \cdot PD = (1 + t)\sqrt{36 - t^2}$ ,构造函数  $f(t) = (1 + t) \cdot \sqrt{36 - t^2}, t \in (0, 6)$ ,求导可得  $f'(t) = \sqrt{36 - t^2} - \frac{(1 + t)t}{\sqrt{36 - t^2}}$ ,令  $f'(t) = 0$ ,解得  $t = 4$  或  $t = -\frac{9}{2}$ (舍去),

而函数  $f(t)$  在区间  $(0, 4)$  上单调递增,在区间  $(4, 6)$  上单调递减,所以  $f(t)_{\max} = f(4) = 10\sqrt{5}$ ,即  $\triangle PAB$  面积的最大值是  $10\sqrt{5}$ ,故填答案:  $10\sqrt{5}$ .

点评:解决此类线圆问题,关键是引入弦心距这一参数  $t$ ,利用弦心距这一参数  $t$  来表示对应的三角形面积,从而建立起相应的函数关系式,借助导数法,利用函数求导处理,结合函数的单调性与极值来确定相应的三角形面积的最值问题.

#### 五、规律总结,启示教学

从2004年江苏开始独立命题以来,2008年实行“08方案”,再到2021年江苏高考回归全国卷阶段,江苏高考经历过十年五改的疯狂年代,也有过十年不变的沉稳.对于2020年江苏高考试卷来说,这是一份“绝版”试卷,也为这么多年来江苏独立命题画上一个圆满的句号.

回顾往事,总结规律,是为了更好地启航,开拓更加美好的未来.针对2020年江苏高考试卷的一些独有的特点,对于新一届2021届高三数学教师、学生,以及其他低年段的数学教师、学生来说,在平时的数学教学与学习中,在高三复习过程中,可以加以借鉴,做到以下几点:

(1)2020年江苏高考试卷中比较容易的试题基本上均改编自教材,中等难度题和难题的数学思想和知识背景也都来源于教材,这就要求我们加强高中数学教材的主导应用,引导平时的中学数学教学与学习真正以教材为蓝本,回归教材,回归现实,以本为本,把握基本.

(2)2020年江苏高考试卷中大部分试题考查的都是数学的基础知识、基本技能、基本思想方法,这就要求我们加强高中数学的“三基”强化,重基础,重基本,扎根数学“三基”,充分理解与掌握数学的根本,

(下转第33页)