

题目的难度加以适当调整,保持整份试卷的动态平衡.比如第13题(平面向量)和第14题(平面解析几何)作为填空题的压轴题,难度较往年有所降低;而第19题和第20题作为解答题的压轴题,难度较往年有所上升,尤其是第20题第(3)问即使在教师群体中也少有教师能够完整做出来.

例4 (2020年高考数学江苏卷第14题)在平面直角坐标系 xOy 中,已知 $P(\frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$, A, B 是圆 $C: x^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = 36$ 上的两个动点,满足 $PA = PB$,则 $\triangle PAB$ 面积的最大值是_____.

解析:如图2所示,作 PC 所在的直径 EF ,交 AB 于点 D ,结合对称性可得 $PA = PB$,此时 $CA = CB = r = 6$,且 $PC \perp AB$,要使得 $\triangle PAB$ 面积最大,数形结合可知 P, D 位于圆心 C 的两侧,设 $CD = t \in (0, 6)$,结合条件

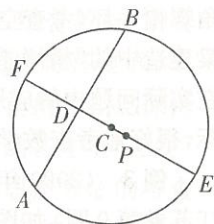


图2

可得 $PC = \sqrt{(\frac{\sqrt{3}}{2} - 0)^2 + (0 - \frac{1}{2})^2} = 1$,则有 $PD = 1 + t$,而 $AB = 2AD = 2\sqrt{36 - t^2}$,所以 $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot PD = (1 + t) \sqrt{36 - t^2}$,构造函数 $f(t) = (1 + t) \cdot \sqrt{36 - t^2}$, $t \in (0, 6)$,求导可得 $f'(t) = \sqrt{36 - t^2} - \frac{(1 + t)t}{\sqrt{36 - t^2}}$,令 $f'(t) = 0$,解得 $t = 4$ 或 $t = -\frac{9}{2}$ (舍去),而函数 $f(t)$ 在区间 $(0, 4)$ 上单调递增,在区间 $(4, 6)$ 上单调递减,所以 $f(t)_{\max} = f(4) = 10\sqrt{5}$,即 $\triangle PAB$ 面积的最大值是 $10\sqrt{5}$,故填答案: $10\sqrt{5}$.

点评:解决此类线圆问题,关键是引入弦心距这一参数 t ,利用弦心距这一参数 t 来表示对应的三角形面积,从而建立起相应的函数关系式,借助导数法,利用函数求导处理,结合函数的单调性与极值来确定相应的三角形面积的最值问题.

五、规律总结,启示教学

从2004年江苏开始独立命题以来,2008年实行改“08方案”,再到2021年江苏高考回归全国卷阶段,江苏高考经历过十年五改的疯狂年代,也有过十年不变的沉稳.对于2020年江苏高考试卷来说,这是一份“绝版”试卷,也为这么多年来江苏独立命题画上一个圆满的句号.

回顾往事,总结规律,是为了更好地启航,开拓更加美好的未来.针对2020年江苏高考试卷的一些独有的特点,对于新一届2021届高三数学教师、学生,以及其他低年段的数学教师、学生来说,在平时的数学教学与学习中,在高三复习过程中,可以加以借鉴,做到以下几点:

(1)2020年江苏高考试卷中比较容易的试题基本上均改编自教材,中等难度题和难题的数学思想和知识背景也都来源于教材,这就要求我们加强高中数学教材的主导应用,引导平时的中学数学教学与学习真正以教材为本,回归教材,回归现实,以本为本,把握基本.

(2)2020年江苏高考试卷中大部分试题考查的都是数学的基础知识、基本技能、基本思想方法,这就要求我们加强高中数学的“三基”强化,重基础,重基本,扎根数学“三基”,充分理解与掌握数学的根本,把握数学问题的实质与根本,为实际应用、创新应用提供基础,从而真正全面提高能力,提升思维.

(3)2020年江苏高考试卷中突出创新意识与应用意识的考查,这就要求我们平时回归生活实际,密切联系生活,注重设置新颖的问题情境,不断渗透在新情境中运用数学知识解决问题的能力,学以致用,提升应用能力,从而提升阅读理解能力、创新能力等.

(4)2020年江苏高考试卷的压轴题对支撑高中数学课程的主干知识进行有针对性的考查,这就要求我们不断倡导学生围绕主干知识深入学习,充分理解与掌握,加强研究和探索,形成知识网络与体系,全面形成能力,培养自学能力和创新意识,提升数学核心素养.

(5)2020年江苏高考试卷务实、创新,这就要求我们在平时数学教学与学习中、在高考复习过程中,注意基本数学问题理解的透彻与深入,举一反三,以不变应万变,不搞“题海战术”,不猜题,不押题.

随着2021年江苏高考数学进入全国卷阶段,以往江苏高考数学试卷也会给未来的全国数学试卷注入新的活力,以鲜明的特点(重基础知识点,重基础方法)、创新的意识(关注数学应用意识与创新意识),围绕主干知识命题,坚持试题原创,注重数学思维,立足数学知识的交汇与融合,凸显数学能力与应用能力的考查,体现较好的创新性与应用性.这些改革的亮点与优点也会融入并渗透到以后的全国数学试卷当中. **F**

多解思维

——一道江苏解三角

●江苏省大丰

一、问题呈现

【问题】(江苏省扬州市2020届高三第一次模拟考试·13)在 $\triangle ABC$ 中,若 $\sin B + \cos B = \sqrt{2}$,则 $\frac{\sin 2A}{\tan B + \tan C}$ 的最大值为_____.

此题以三角形为问题背景,根据题目给出的条件,第一时间结合辅助角公式或平方关系求出角 B ;然后把角 A 用角 C 的三角函数关系式表示出来,转化成关于角 C 的一个三角函数式,求出相应三角函数式的最值即可,可利用三角恒等变换转化为正弦型(或余弦型)函数再利用三角函数的图像与性质求出函数的最大值,可借助换元法思维再用基本不等式求出函数的最大值,也可借助换元法思维再利用导数求出函数的最大值.

二、问题破解

思维视角一:三角恒等变换思维

方法1:(三角恒等变换法1)

解析:由题中条件可得 $\sin B + \cos B = \sqrt{2} \sin(B + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$,即 $\sin(B + \frac{\pi}{4}) = 1$,可得 $B + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$,解得 $B = \frac{\pi}{4}$,那么 $\frac{\sin 2A}{\tan B + \tan C} = \frac{\sin 2A}{\frac{\sin B}{\cos B} + \frac{\sin C}{\cos C}} = \frac{\sin 2A}{\frac{\sin B \cos C + \cos B \sin C}{\cos B \cos C}} = \frac{\sin 2A}{\frac{\sin(B + C)}{\cos B \cos C}} = \frac{2 \sin A \cos A}{\frac{\sin A}{\cos B \cos C}} = 2 \cos A \cos B \cos C = \sqrt{2} \cos A \cos C = \sqrt{2} \cos(\frac{3\pi}{4} - C) \cos C = \frac{\sqrt{2}}{2} [\cos \frac{3\pi}{4} + \cos(\frac{3\pi}{4} - 2C)] = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos(\frac{3\pi}{4} - 2C) - \frac{1}{2}$,由 $C = \frac{3\pi}{4} - A \in (0, \frac{3\pi}{4})$,可得 $(\frac{3\pi}{4} - 2C) \in (-\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$,则知当 $\frac{3\pi}{4} - 2C = 0$,即 $C = \frac{3\pi}{8}$ 时,