



具,凸显能力,动态平衡

江苏高考试题评析

高级中学 过家福

试卷对支撑高中数学课程的主干知识进行重点考查,函数与导数(第7、12、17、19题)、数列(第11、20题)、平面解析几何(第6、14、18题)、立体几何(第9、15题)、三角函数与平面向量(第8、10、13、16题)等,占了总题量的75%,总分值的84%还多(数学I卷),对《考试说明》(数学)中的8个C级考点进行了全面反复考查,基本覆盖了B级考点,适当兼顾了A级考点,考查全面,不偏不漏。

二、强化思想,通性通法

数学思想方法引领着数学的教学与学习,是数学的灵魂,试卷进一步强化数学思想方法的考查:(1)函数与方程思想,如第7、8、10、11、14、17、18、19题等都有所涉及;(2)分类与整合思想,如第5、11、13、14、17、19、20题等都有所涉及;(3)化归与转化思想,如第7、8、9、10、11、12、13、14、15、17、18、19、20题等都有所涉及;(4)特殊与一般思想,如第11、13、20题等都有所涉及;(5)统计与概率思想,如第3、4题等都有所涉及。数学思想方法穿插于不同试题之间,形成一个完整和谐的整体,充分考查考生的“三基”。

试题淡化特殊性方面的技巧,突出试题最基本的通解通法的考查,没有特殊值验证、特殊模型应用等,有的只是最基本的数学方法,如第4题考查了列举法,第20题第(1)问涉及了反证法,第14、17、19、20题考查了构造法,而第12题中代数关系式的最值求解可以利用配凑法、消参法、待定系数法、判别式法、三角换元法及求导法等数学方法来处理与转化等。

例2 (2020年高考数学江苏卷第12题)已知 $5x^2y^2+y^4=1(x,y\in\mathbf{R})$,则 x^2+y^2 的最小值是_____。

解法1:根据条件 $5x^2y^2+y^4=1$,利用基本不等式,可得 $4=(5x^2+y^2)\cdot 4y^2\leq\left[\frac{(5x^2+y^2)+4y^2}{2}\right]^2$

$=\frac{25}{4}(x^2+y^2)^2$,当且仅当 $5x^2+y^2=4y^2=2$,结合

$5x^2y^2+y^4=1$,即 $x^2=\frac{3}{10},y^2=\frac{1}{2}$ 时等号成立,所以

有 $x^2+y^2\geq\frac{4}{5}$,即 x^2+y^2 的最小值是 $\frac{4}{5}$,故填答案:

$\frac{4}{5}$ 。

解法2:根据条件 $5x^2y^2+y^4=1$,利用基本不等式,可得 $x^2+y^2=(x^2+\frac{1}{5}y^2)+\frac{4}{5}y^2\geq$

$2\sqrt{(x^2+\frac{1}{5}y^2)\cdot\frac{4}{5}y^2}=2\sqrt{\frac{4}{25}(5x^2+y^2)\cdot y^2}=2$

$\times\frac{2}{5}=\frac{4}{5}$,当且仅当 $x^2+\frac{1}{5}y^2=\frac{4}{5}y^2=\frac{2}{5}$,结合

$5x^2y^2+y^4=1$,即 $x^2=\frac{3}{10},y^2=\frac{1}{2}$ 时等号成立,所以

x^2+y^2 的最小值是 $\frac{4}{5}$,故填答案: $\frac{4}{5}$ 。

解法3:当 $y=0$ 时,原式 $5x^2y^2+y^4=1$ 不成立,则 $y\neq 0$,利用基本不等式,可得 $5x^2+5y^2=\frac{1-y^4}{y^2}+$

$5y^2=\frac{1}{y^2}+4y^2\geq 2\sqrt{\frac{1}{y^2}\cdot 4y^2}=4$,当且仅当 $\frac{1}{y^2}=4y^2$,

结合 $5x^2y^2+y^4=1$,即 $y^2=\frac{1}{2},x^2=\frac{3}{10}$ 时等号成立,

所以有 $x^2+y^2\geq\frac{4}{5}$,即 x^2+y^2 的最小值是 $\frac{4}{5}$,故填

答案: $\frac{4}{5}$ 。

点评:破解此类问题都是有效联系条件中的代数关系式与结论中的代数关系式两者之间的关系,结合认真审视试题,合理巧妙变换,借助比较常见的通性通法来处理与解决,为不同层次的学生破解问题提供条件。

三、凸显能力,突出创新

试卷秉承重基础、重本质的一贯命题思路,在此有效凸显数学能力与数学核心素养,对学生的能力有较高的要求。特别是一些试题涉及多个知识点,具有一定的综合性,试题表述简练精准,知识点清晰不堆砌,解答题设问清楚有梯度,对不同基础、不同能力水平的学生都提供了适当的思考空间与能力要求,让不同能力水平的考生都有充分发挥的空间。例如第20题的数列新定义问题,第(1)问作为基础性问题,给60%的考生提供思考与破解的能力要求;第(2)问作为中

等提高性问题,给20%的考生提供更进一步的分析能力、推理能力的拓展空间;第(3)问作为竞赛性问题,给5%的考生提供创造性解决问题的空间,合理梯度设置,确保试卷的区分度,有利于选拔不同层次的优秀人才。

同时,试卷抓住数学教学必须源于教材,源于生活,比较贴近中学生的生活实际,突出创新意识,从课程改革的理念出发,充分体验数学在解决实际问题中的应用,以及数学与日常生活的密切联系,检测考生学以致用的能力,以及应用意识,促进学生逐步形成和发展数学的创新意识与应用意识。如第4题中的正方体骰子(考查古典概型的概率公式),第9题中的六角螺帽毛坯(考查空间几何体的体积),以及第17题桥梁建造中的“桥墩造价”(考查函数模型、导数与函数在实际问题中的应用),都充分扎根于生活,服务于实际,很好地考查数学知识与创新意识。

例3 (2020年高考数学

江苏卷第9题)如图1,六角螺帽毛坯是由一个正六棱柱挖去一个圆柱所构成的。已知螺帽的底面正六边形边长为2cm,高为2cm,内孔半径为0.5cm,则此六角螺帽毛坯的体积是_____cm³。

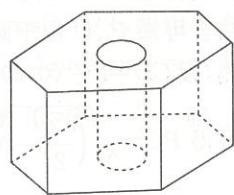


图1

解析:根据题目条件可知此六角螺帽毛坯的体积为正六棱柱的体积减去圆柱的体积,所以该六角螺帽

毛坯的体积是 $V=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2^2\times 6\times 2-\pi\times 0.5^2\times 2=$

$12\sqrt{3}-\frac{1}{2}\pi$,故填: $12\sqrt{3}-\frac{1}{2}\pi$ 。

点评:以生活实际中经常可见的物品、实例等,通过数学抽象的升华、数学模型的建立等转化为对应的数学问题,破解时回归问题本质,借助生活实际,合理利用相关的数学知识来分析处理即可达到目的。而这里涉及正六棱柱、圆柱的体积求解公式与应用等。

除了实际应用的创新,知识、方法等方面的创新也是试卷的一个亮点。如第20题,设计了一个新定义数列的创新题,充分体现对方程、代数思想的考查,特别是第(3)问,换元消元后,考查三次方程何时有一个正实数解,回归函数与方程,创新中有提升,创新中有内涵。

四、动态平衡,适当调整

试卷保持整体难度与上一年基本相当,而具体的